

Petr JANAS¹, Martin KREJSA² a Vlastimil Krejsa

STATISTICKÁ ZÁVISLOST VSTUPNÍCH VELIČIN V METODĚ POPV

STATISTICAL DEPENDENCE OF INPUT VARIABLES IN DOPROC METHOD

Abstrakt

V pravděpodobnostních úlohách jsou často vstupní náhodné proměnné veličiny statisticky závislé. Tato skutečnost by se měla v korektních výpočetních postupech respektovat. Statistická závislost může být vyjádřena např. korelačním koeficientem, resp. korelační maticí. V případě nově vyvíjené metody Přímého Optimalizovaného Pravděpodobnostního Výpočtu (zkráceně POPV), lze statisticky závislé veličiny vyjádřit pomocí tzv. vícerozměrných histogramů, které lze využít např. při pravděpodobnostních výpočtech a posudku spolehlivosti s využitím programového systému ProbCalc.

Klíčová slova

Přímý Optimalizovaný Pravděpodobnostní Výpočet, POPV, náhodná proměnná, statistická závislost, pravděpodobnost, dvojný histogram, HistAn2D, trojný histogram, HistAn3D.

Abstract

In probabilistic tasks are often input random variables statistically dependent. This should be the correct computational procedures followed. In the case of newly developed Direct Optimized Probabilistic Calculation (DOProC), can be statistically dependent variables expressed by the so-called multidimensional histograms, which can be used e.g. for probabilistic calculations and reliability assessment using the program system ProbCalc.

Keywords

Direct Optimized Probabilistic Calculation, DOProC, random variable, statistical dependence, probability, double histogram, HistAn2D, triple histogram, HistAn3D

1 ÚVOD

Pravděpodobnostní metoda Přímého Optimalizovaného Pravděpodobnostního Výpočtu (dále jen zkráceně POPV) je vyvíjena od roku 2002 a podrobně již byla popsána v mnoha publikacích (např. [3, 4, 8]). V metodě POPV byla pozornost zadávání statistické závislosti vstupních náhodných veličin věnována již např. v [15]. Bádání v této oblasti nakonec vedlo k algoritmu pro tvorbu vícerozměrných histogramů statisticky závislých proměnných. Navržený postup umožňuje korektně rozšířit možnosti metody POPV i pro výpočty se statisticky závislými proměnnými vstupními veličinami (jako např. v [9, 10, 11, 14, 17, 18]), které do pravděpodobnostního výpočtu vstupují vedle náhodných veličin statisticky nezávislých.

¹ Doc. Ing. Petr Janas, CSc., Katedra stavební mechaniky, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Podéště 1875/17, 708 33 Ostrava-Poruba, tel.: (+420) 597 321 308, e-mail: petr.janas@vsb.cz.

² doc. Ing. Martin Krejsa, Ph.D., Katedra stavební mechaniky, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Podéště 1875/17, 708 33 Ostrava-Poruba, tel.: (+420) 597 321 303, e-mail: martin.krejsa@vsb.cz.

Vícerozměrný histogram statisticky závislých proměnných vstupuje do výpočtu jako celek a umožňuje pro každý jeho interval (třidu) současně generovat s odpovídající nenulovou pravděpodobností hodnoty závislých proměnných, které daný interval identifikují.

2 TEORETICKÝ ROZBOR PROBLEMATIKY

Klasický histogram A má na jedné ose třídy a_j s omezeními a_{\min} a a_{\max} a na druhé ose zpravidla pravděpodobnost p_{aj} výskytu dané třídy a_j . Součet pravděpodobností výskytu všech tříd a_j histogramu pak je $\sum p_{aj} = 1$. Ve dvojném histogramu dvou náhodných veličin Z_1 a Z_2 je veličina z_1 omezena opět hodnotami $z_{1,\min}$ a $z_{1,\max}$ a veličina z_2 podobně hodnotami $z_{2,\min}$ a $z_{2,\max}$. Ty lze rozdělit s krokem Δz_1 na N_1 intervalů pro náhodné veličiny Z_1 , případně krokem Δz_2 na N_2 intervalů pro náhodné veličiny Z_2 . Počty intervalů jsou dány:

$$N_1 = \frac{z_{1,\max} - z_{1,\min}}{\Delta z_1} \quad (1)$$

a

$$N_2 = \frac{z_{2,\max} - z_{2,\min}}{\Delta z_2} . \quad (2)$$

Je-li vstupní veličina z_1 v j -té třídě $z_{1,j}$ může teoreticky z_2 nabývat současně hodnot $z_{2,1}, z_{2,2}, \dots, z_{2,j}, \dots, z_{2,N_2}$, tj. celkem N_2 hodnot. Dvojný histogram náhodných veličin z_1 a z_2 může tedy obsahovat celkem $N_1 \cdot N_2$ tříd. Třída je v daném případě určena dvěma hodnotami a to: $z_{1,j}$ a $z_{2,j}$, a dále pravděpodobností odpovídající výskytu této třídy $p_{z_{1,j}, z_{2,j}}$. Opět bude platit $\sum p_{z_{1,j}, z_{2,j}} = 1$. Počet tříd s nenulovou pravděpodobností ve dvojném histogramu může dosáhnout součinu $N_1 \cdot N_2$. Budou-li náhodné veličiny závislé, pak počet tříd v histogramu s nenulovou pravděpodobností může být podstatně menší, než je součin $N_1 \cdot N_2$, což sice neplatí obecně, parametrické výpočty se statisticky závislými vstupními veličinami však toto tvrzení potvrzují (viz dále).

Výskyt intervalů s nulovou pravděpodobností je pro výpočty metodou POPV podstatným faktorem, neboť třídy s nulovou pravděpodobností výskytu není nutné v případě dvojného příp. vícerozměrného histogramu ukládat. Počet tříd T_C v takovém histogramu bude tedy odpovídat počtu tříd s nenulovou pravděpodobností výskytu. Každé třídě T_s pak odpovídá určitá pravděpodobnost výskytu p_{T_s} všech náhodných veličin, které se v dané třídě vyskytují. Jedná-li se o dvojný histogram, pak ve třídě T_s se vyskytují proměnné náhodné veličiny z_{1,T_s} a z_{2,T_s} , přičemž uváděné hodnoty jsou charakterizovány střední hodnotou příslušného intervalu.

Pro případ, že do pravděpodobnostního výpočtu bude vstupovat M náhodných veličin, pak vícerozměrný histogram těchto náhodných veličin bude mít maximálně $T_M = N_1 \cdot N_2 \cdot \dots \cdot N_m \cdot \dots \cdot N_{M-1} \cdot N_M$ tříd. Vzhledem ke skutečnosti, že se ve většině případů jedná o závislé veličiny, počet nenulových tříd bude zpravidla:

$$T_C \ll T_M . \quad (3)$$

Podkladem pro tvorbu vícerozměrného histogramu M závislých náhodných veličin jsou prvotní data zjištěná měřením, pozorováním apod. Pro každou náhodnou veličinu z_n se určí počet intervalů N_n , přičemž každá náhodná veličina může mít počet intervalů rozdílný. Celkový počet tříd (včetně nulových), které mohou být vytvořeny ze zvoleného počtu intervalů pro každou závislou náhodnou vstupní veličinu, bude T_M . Tento počet se sníží vyloučením tříd s nulovou pravděpodobností na T_C .

Prvotní data náhodných veličin je nezbytné testovat, jsou-li statisticky závislá. K tomu lze využít například Pearsonův korelační koeficient, Spearmanův koeficient pořadové korelace nebo Kendallův koeficient korelace [13]. Koeficient korelace prvotních dat by měl odpovídat koeficientu korelace, získaného po sestavení odpovídajícího histogramu. Jak ukázaly analýzy, je tato skutečnost závislá na zvoleném počtu tříd každé náhodné vstupní veličiny. Se zvětšováním počtu tříd koeficient korelace konverguje k hodnotě koeficientu korelace prvotních dat.

Při stejném intervalu pro danou závislou náhodnou veličinu z_n , bude velikost kroku Δz_n daná vztahem:

$$\Delta z_n = \frac{z_{\max} - z_{\min}}{N_n} . \quad (4)$$

Každému intervalu bude odpovídat střední (průměrná) hodnota intervalu proměnné z_n , která je dále označena $z_{n,p}$. Výpočet těchto hodnot je jednoduchý, neboť platí:

$$\begin{aligned} z_{n,p,1} &= z_{\min} + \frac{\Delta z_n}{2}, \quad z_{n,p,2} = z_{n,p,1} + \Delta z_n, \quad \dots \\ \dots, \quad z_{n,p,m} &= z_{n,p,m-1} + \Delta z_n, \quad \dots, \quad z_{n,p,M} = z_{n,p,M-1} + \Delta z_n . \end{aligned} \quad (5)$$

Závislá vstupní veličina z_1 , která bude rozdělena ve vícerozměrném histogramu do N_1 intervalů, bude ve vícerozměrném histogramu v prvním intervalu celkem v $N_2 \cdot \dots \cdot N_m \cdot \dots \cdot N_{M-1} \cdot N_M = T_M / N_1$ třídách. Podobně tomu bude i ve všech intervalech závislé vstupní veličiny z_i . Pro další výpočet je vhodné určit pořadí třídy, a to jednak pro vícerozměrný histogram neredukovaný, ve kterém budou třídy i s nulovou pravděpodobností a dále vícerozměrný histogram redukováný, v němž vystupují pouze třídy s nenulovou pravděpodobností. Neredukovaný histogram bude mít celkem T_M tříd, redukováný pouze T_c tříd.

Zařazení každé skupiny náhodných závislých proměnných do globálního neredukovaného vícerozměrného histogramu lze provést výpočtem čísla (pořadí) odpovídající třídy P v neredukovaném histogramu jednoduchým výpočtem:

$$\begin{aligned} P &= a_1 \cdot N_2 \cdot \dots \cdot N_m \cdot \dots \cdot N_{M-1} \cdot N_M + a_2 \cdot N_3 \cdot \dots \cdot N_m \cdot \dots \cdot N_{M-1} \cdot N_M + \\ &+ a_3 \cdot N_4 \cdot \dots \cdot N_m \cdot \dots \cdot N_{M-1} \cdot N_M + \dots + a_M . \end{aligned} \quad (6)$$

Ve vztahu (6) jsou koeficienty $a_1, a_2, a_3, \dots, a_M$ dány vztahem:

a_1 = celá část podílu $\frac{z_{1,s,k} - z_{1,\min}}{\Delta z_1}$, příp. $a_1 = \frac{z_{1,s,k} - z_{1,\min}}{\Delta z_1} - 1$, je-li $\frac{z_{1,s,k} - z_{1,\min}}{\Delta z_1}$ číslo celočíselného typu integer.

Obdobně platí:

$$a_2 = \text{celá část podílu } \frac{z_{2,s,k} - z_{2,\min}}{\Delta z_2}, \text{ příp. } a_2 = \frac{z_{2,s,k} - z_{2,\min}}{\Delta z_2} - 1, \text{ je-li } \frac{z_{2,s,k} - z_{2,\min}}{\Delta z_2} \text{ číslo celočíselného}$$

typu integer, atd.

Pro a_M platí:

$$a_M = \text{celá část podílu } \frac{z_{m,s,k} - z_{m,\min}}{\Delta z_m} + 1 .$$

Stejné pořadí může mít i několik skupin prvotních dat náhodných závislých vstupních veličin. Některá pořadí, a u závislých náhodných proměnných je jich podstatná část, se nebudou reálně vůbec vyskytovat. Pravděpodobnost výskytu dané třídy je dána podílem součtu výskytu stejných pořadí k součtu celkového počtu skupin náhodných nezávislých vstupních veličin.

Znalost koeficientů $a_1, a_2, a_3, \dots, a_M$ pro příslušné pořadí P třídy v globálním histogramu (koeficienty lze z pořadí P také určit) umožňuje určit hodnoty středních hodnot závislých vstupních veličin třídy s odpovídajícím pořadím. Pro třídu s pořadím P v globálním neredukovaném histogramu náleží odpovídající hodnoty těchto koeficientů a pro příslušné střední hodnoty této třídy platí:

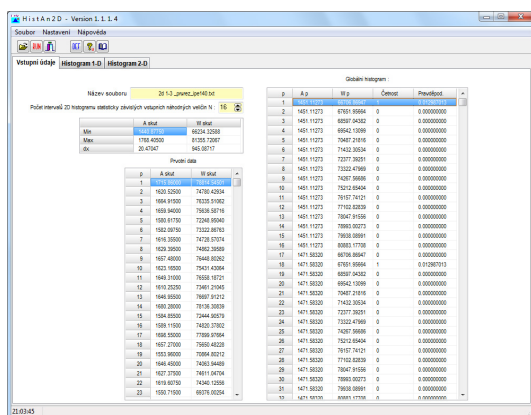
$$\begin{aligned} z_{1,p} &= z_{1,\min} + \Delta z_1 \cdot \left(a_1 + \frac{1}{2} \right), \quad z_{2,p} = z_{2,\min} + \Delta z_2 \cdot \left(a_2 + \frac{1}{2} \right), \quad \dots \\ \dots, \quad z_{M-1,p} &= z_{M-1,\min} + \Delta z_{M-1} \cdot \left(a_{M-1} + \frac{1}{2} \right), \quad z_{M,p} = z_{M,\min} + \Delta z_M \cdot \left(a_M - \frac{1}{2} \right) . \end{aligned} \quad (7)$$

Závěrem nutno podotknout, že soubory náhodných závislých vstupních veličin pro pravděpodobnostní výpočty lze ve formě vícerozměrných histogramů graficky znázorňovat v případě, že se jedná o dvě závislé vstupní veličiny. Je-li závislých vstupních veličin více, pak jejich grafické znázornění není možné.

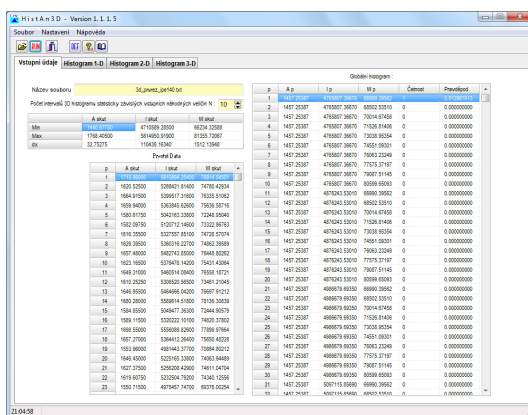
Dále je vhodné říci, že i nezávislé náhodné vstupní veličiny lze do výpočtu zadávat formou dvojných či vícerozměrných histogramů. Díky této okolnosti není nezbytné definovat kritéria, podle kterých jsou vstupní data jednoznačně rozdělena na statisticky závislá a nezávislá. Předpokládá-li se však, že vstupní data mohou být statisticky závislá, při výpočtu by se měla tato závislost respektovat. Výpočetní algoritmus metody POPV umožňuje provést výpočet jak se statisticky nezávislými náhodnými vstupními veličinami, tak s daty, u kterých se předpokládá možná statistická závislost.

3 PROGRAMY HISTAN2D A HISTAN3D

Při aplikaci výše uvedeného postupu byla analyzována prvotní data průřezových charakteristik válcovaných profilů IPE 140 podle údajů publikovaných v [16]. K tvorbě dvojných a trojných histogramů, vyjadřujících statistickou závislost mezi dvěma, resp. mezi třemi náhodně proměnnými veličinami pak byly využity speciálně vytvořené aplikace HistAn2D [6] a HistAn3D [7] (viz obr. 1, resp. obr. 2).



Obr. 1: Pracovní plocha programu HistAn2D pro analýzu statistické závislosti dvou náhodných veličin a tvorbu dvojných histogramů



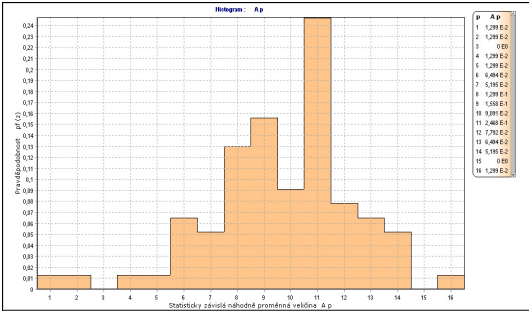
Obr. 2: Pracovní plocha programu HistAn3D pro analýzu statistické závislosti tří náhodných veličin a tvorbu trojných histogramů

Po načtení textového souboru se statisticky závislými prvotními daty je pak nutno zadat již jen počet intervalů (tříd) vytvářeného dvojného, resp. trojného histogramu. Programy umožňují u každé náhodné proměnné zobrazit jak jednoduchý histogram s neparametrickým (empirickým) rozdělením pravděpodobnosti (obr. 3 a obr. 4), tak i požadovaný vícerozměrný histogram vyjadřující statistickou závislost mezi sledovanými veličinami. Dvojný histogram pak lze graficky zobrazit (viz obr. 6). Při jeho tvorbě byla prvotní data rozdělena do 16^2 intervalů. Pokud by byl dvojný histogram sestaven z histogramu průřezové plochy A (obr. 3) a z histogramu průřezového modulu W_y (obr. 4), tedy ze dvou statisticky nezávislých veličin, pak dvojný histogram těchto veličin by odpovídal grafu na obr. 5, který se od dvojného histogramu dvou závislých veličin na obr. 6 podstatně liší.

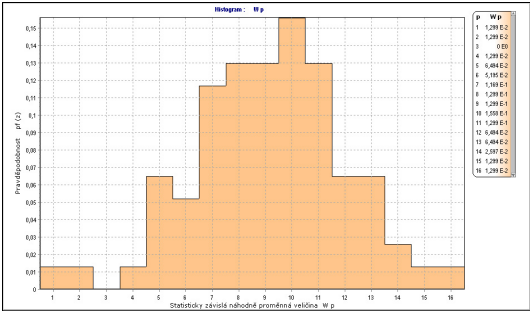
Zobrazení trojného histogramu již možné není (jak již bylo konstatováno v závěru předchozí kapitoly), program HistAn3D ale umožňuje jeho zobrazení po vrstvách.

Pro prvotní data a také pro dvojný histogramy závislých vstupních dat s různými počty intervalů byly vypočteny korelační koeficienty podle Pearsona i Spearmana (viz tab. 1). Je zřejmé, že hodnoty korelačních koeficientů dvojných histogramů se liší a se zvyšujícím se počtem intervalů jejich velikost konverguje k hodnotám korelačních koeficientů prvotních dat, což je graficky znázorněno na obr. 7 a 8. Při aplikaci výpočetního postupu se statisticky závislými vstupními veličinami (viz kap. 4) bylo při tvorbě dvojného histogramu zvoleno 16^2 intervalů, neboť vypočtené

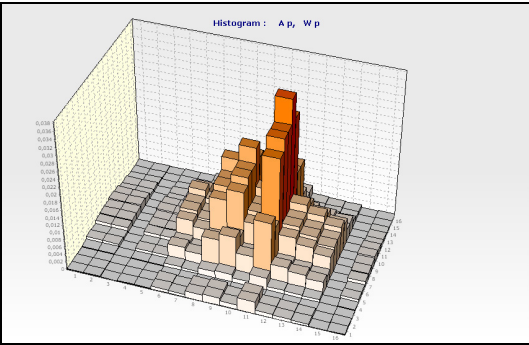
hodnoty koeficientů korelace se již pro tento počet intervalů podstatně neliší od hodnot koeficientů korelace prvotních dat (viz obr. 7 a 8).



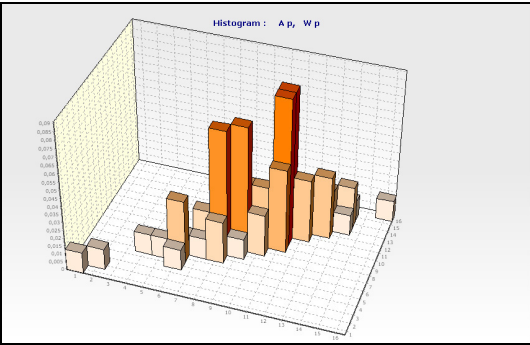
Obr. 3: Histogram průřezové plochy A



Obr. 4: Histogram průřezového modulu W_y



Obr. 5: Graf chování dvou nezávislých náhodných veličin - průřezové plochy A a průřezového modulu W_y



Obr. 6: Dvojný histogram pro dvě statisticky závislé veličiny - průřezovou plochu A a průřezový modul W_y

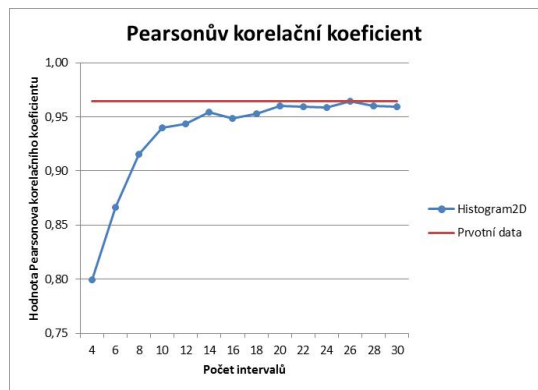
Tab.1: Korelační koeficienty dvojných histogramů s různými počty intervalů (Pearsonův korelační koeficient pro prvotní data je roven 0,96452015; Spearmanův koeficient pořadové korelace pro prvotní data se rovná 0,94989221)

Počet intervalů dvojného histogramu	Pearsonův korelační koeficient	Spearmanův koeficient pořadové korelace	Počet intervalů dvojného histogramu	Pearsonův korelační koeficient	Spearmanův koeficient pořadové korelace
$4^2 = 16$	0,79985097	0,79507798	$18^2 = 324$	0,95267109	0,94023800
$6^2 = 36$	0,86661900	0,86360377	$20^2 = 400$	0,96046634	0,94378886
$8^2 = 64$	0,91530000	0,91194405	$22^2 = 484$	0,95940904	0,94355084
$10^2 = 100$	0,93984931	0,92352904	$24^2 = 576$	0,95903334	0,94989866
$12^2 = 144$	0,94381175	0,93613068	$26^2 = 676$	0,96464064	0,95260826
$14^2 = 196$	0,95443331	0,93939308	$28^2 = 784$	0,96017017	0,94660574
$16^2 = 256$	0,94876401	0,93694950	$30^2 = 900$	0,95938019	0,94245225

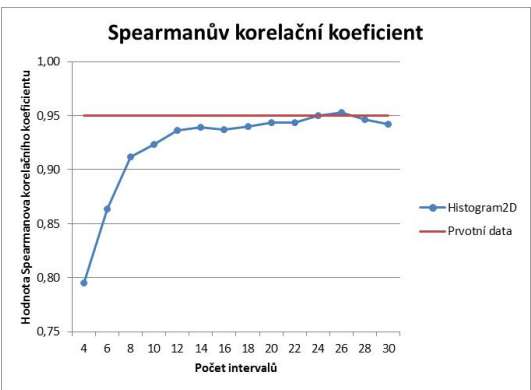
V tab. 2 jsou uvedeny počty tříd dvojných histogramů s nulovou pravděpodobností v závislosti na celkovém počtu intervalů. Lze pozorovat, že u dvojného histogramu z obr. 5 je počet tříd s nulovou pravděpodobností podstatně menší nežli u dvojného histogramu vytvořeného ze stejných

prvotních dat, považovaných ale za statisticky závislé (obr. 6). Tato skutečnost je zobrazena také v grafu na obr. 9.

Získané vícerozměrné histogramy mohou posloužit při vyjádření statistické závislosti vstupních náhodně proměnných veličin u pravděpodobnostních výpočtů, řešených metodou POPV, která byla implementována např. v programovém systému ProbCalc [2, 5].



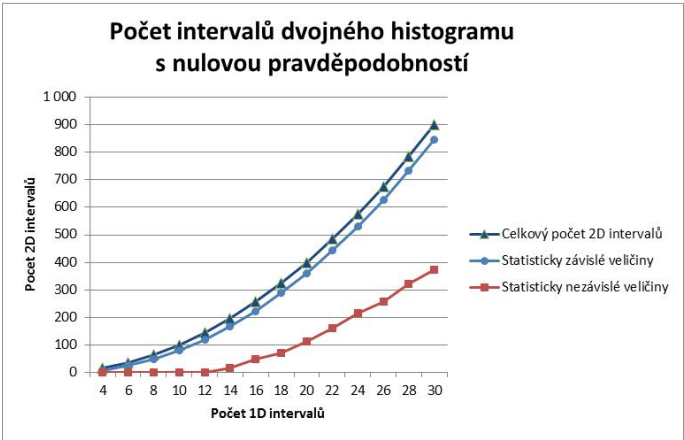
Obr. 7: Pearsonův korelační koeficient dvojného histogramu v závislosti na počtu intervalů



Obr. 8: Spearmanův koeficient pořadové korelace dvojného histogramu v závislosti na počtu intervalů

Tab.2: Počty tříd dvojných histogramů s nulovou pravděpodobností v závislosti na zvolených počtech intervalů při jejich tvorbě z prvotních dat

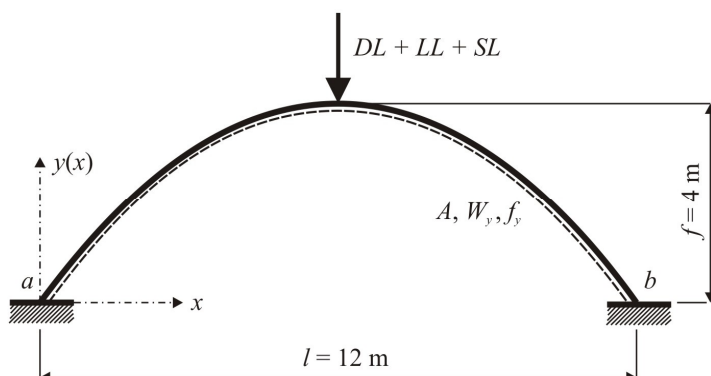
Počet intervalů dvojného histogramu	Počet intervalů s nulovou pravděpodobností		Počet intervalů dvojného histogramu	Počet intervalů s nulovou pravděpodobností	
	Statisticky závislé veličiny	Statisticky nezávislé veličiny		Statisticky závislé veličiny	Statisticky nezávislé veličiny
$4^2 = 16$	6	0	$18^2 = 324$	288	69
$6^2 = 36$	24	0	$20^2 = 400$	361	112
$8^2 = 64$	48	0	$22^2 = 484$	443	160
$10^2 = 100$	80	0	$24^2 = 576$	531	216
$12^2 = 144$	119	0	$26^2 = 676$	627	258
$14^2 = 196$	166	14	$28^2 = 784$	735	322
$16^2 = 256$	222	46	$30^2 = 900$	847	372



Obr. 9: Počet intervalů dvojného histogramu s nulovou pravděpodobností

4 APLIKACE VÝPOČETNÍHO POSTUPU SE STATISTICKY ZÁVISLÝMI VSTUPNÍMI VELIČINAMI

Pro názornost byl programem ProbCalc proveden pravděpodobnostní výpočet posudku spolehlivosti průřezu ve vrcholu elementárního oboustranně vetknutého parabolického oblouku, zatíženého ve vrcholu osamělým břemenem, jehož statické schéma je uvedeno na obr. 10.



Obr. 10: Statické schéma posuzované elementární konstrukce oboustranně vetknutého parabolického oblouku, zatíženého kombinací tří osamělých břemen ve vrcholu

Střednice posuzovaného parabolického oblouku v souřadnicovém systému z obr. 10 je definována křivkou s rovnicí:

$$y(x) = \frac{4 \cdot f \cdot x}{l^2} \cdot (l - x), \quad (8)$$

kde f je vzepětí oblouku a l rozpětí oblouku (v daném případě je $f = 4$ m a $l = 12$ m).

Vlastní posudek je proveden s použitím interakčního vzorce:

$$\left(\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} \right)^2 + \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} \leq 1, \quad (9)$$

ve kterém figurují následující proměnné:

- Normálová síla v posuzovaném průřezu, která je daná vztahem:

$$N_{Ed} = -\frac{15 \cdot l \cdot F}{64 \cdot f}, \quad (10)$$

- Ohybový moment v posuzovaném průřezu:

$$M_{Ed} = \frac{3}{64} \cdot F \cdot l, \quad (11)$$

- Únosnost v prostém tlaku:

$$N_{Rd} = f_y \cdot A, \quad (12)$$

- Únosnost v ohybu:

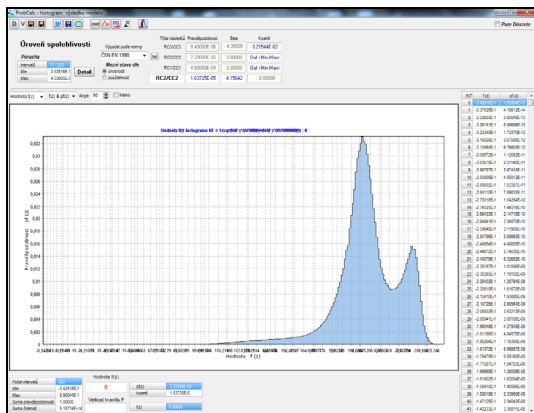
$$M_{Rd} = f_y \cdot W_y. \quad (13)$$

Posudek spolehlivosti průřezu byl proveden výpočtem pravděpodobnosti poruchy P_f a jejím porovnáním s návrhovou pravděpodobností P_d , danou ČSN EN 1990. Pravděpodobnost poruchy P_f byla určena s pomocí funkce spolehlivosti RF :

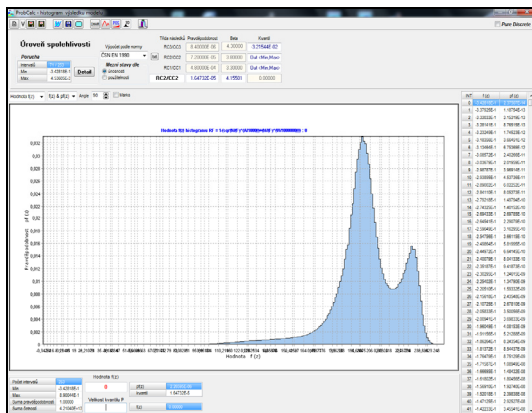
$$P_f = P(RF < 0) = P \left(1 - \left[\left(\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} \right)^2 + \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} \right] < 0 \right). \quad (14)$$

Samotné pravděpodobnostní posouzení spolehlivosti posuzované konstrukce bylo stanoveno pro náhodně proměnnou hodnotu meze kluzu f_y oceli S235 z [16], stálé zatížení (extrémní hodnota 8 kN, histogram DEAD1.dis), krátkodobé (extrémní hodnota 15 kN, histogram LONG1.dis) a dlouhodobé (extrémní hodnota 10 kN, histogram SHORT1.dis) nahodilé (proměnné) zatížení. (Histogramy pro vyjádření trojice náhodně proměnných složek zatížení byly převzaty z databáze histogramů odlehčené verze programu Anthill for Windows, verze 2.6, který je k dispozici na internetové adrese <http://www.sbra-anthill.com/>).

Pravděpodobnostní posouzení řešené konstrukce pak byl proveden ve vrcholu oblouku, kdy byly nejprve obě náhodné veličiny průřezové plochy A a průřezového modulu W_y uvažovány jako statisticky nezávislé (viz obr. 11), pak jako statisticky závislé (viz obr. 12) s použitím dvojného histogramu, který byl vytvořen z prvotních dat průřezových charakteristik válcovaných profilů IPE 140 podle údajů publikovaných v [16] postupem popsáným v kap. 2 pomocí programu HistAn2D [6], jak bylo uvedeno v kap. 3. U obr. 11 a 12 jsou uvedeny i výsledné hodnoty pravděpodobnosti poruchy P_f pro obě varianty pravděpodobnostního výpočtu.



Obr. 11: Histogram funkce spolehlivosti R_f při pravděpodobnostním výpočtu se statisticky nezávislými průřezovými charakteristikami průřezové plochy A a průřezového modulu W_y .
Pravděpodobnost poruchy $P_f = 1,637 \cdot 10^{-5}$.



Obr. 12: Histogram funkce spolehlivosti R_f při pravděpodobnostním výpočtu se statisticky závislými průřezovými charakteristikami průřezové plochy A a průřezového modulu W_y .
Pravděpodobnost poruchy $P_f = 1,647 \cdot 10^{-5}$.

Návrhové hodnoty pravděpodobnosti poruchy P_d (resp. indexu spolehlivosti β_d) se v současně platném normovém předpise ČSN EN 1990 "Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí" diferencují v závislosti od požadované úrovně spolehlivosti, druhů mezních stavů a předpokládané doby životnosti konstrukce T_d . Pro účely diferenciacie spolehlivosti jsou v této normě doporučeny tři třídy následků CC1 až CC3 a tři související třídy spolehlivosti RC1 až RC3 s předepsanými hodnotami návrhové hodnoty pravděpodobnosti poruchy P_d a indexu spolehlivosti β_d . V obou případech řešené pravděpodobnostní úlohy vyhoví průřez posuzované konstrukce pro třídu spolehlivosti CC2/RC2 se středními následky s ohledem na ztráty lidských životů nebo značné následky ekonomické, sociální nebo pro prostředí, která odpovídá návrhové hodnotě pravděpodobnosti poruchy $P_d = 7,2 \cdot 10^{-5}$ a indexu spolehlivosti $\beta_d = 3,8$.

Výsledná pravděpodobnost poruchy P_f při výpočtu se statisticky nezávislými průřezovými charakteristikami je poněkud menší než při výpočtu s uvažovanou statistickou závislostí mezi průřezovou plochou A a průřezovým modulem W_y . Pravděpodobnostní výpočet se vstupními statisticky nezávislými náhodnými veličinami, v případech, kdy statistická závislost vstupních náhodných proměnných veličin prokazatelně existuje, je obecně méně bezpečný. V daném příkladě není rozdíl pravděpodobnosti poruchy při výpočtu s průřezovými charakteristikami jako statisticky závislými a statisticky nezávislými veličinami příliš významný. Je to dáno tím, že uvažované

válcované profily jsou relativně přesně vyráběny a mají podstatně menší rozptyl geometrických a průřezových charakteristik než ostatní proměnlivé náhodné veličiny, které vstupují do výpočtu.

5 ZÁVĚR

V práci byl popsán algoritmus pro tvorbu vícerozměrných histogramů statisticky závislých proměnných, který lze uplatnit ve výpočtech pravděpodobnostní metodou POPV, např. s využitím programového systému ProbCalc. Tímto způsobem lze vyjádřit korelaci mezi náhodně proměnnými vstupními veličinami, jako např. u průřezových charakteristik, jak bylo popsáno v článku, nebo u pevnostních charakteristik (získaných např. [1, 12]).

Možnosti dalšího výzkumu v oblasti uplatnění statistické závislosti náhodně proměnných veličin v pravděpodobnostní metodě POPV ještě nejsou zcela vyčerpány. Dalším cílem bude např. stanovení korelačních koeficientů pro trojné histogramy nebo využití parametrických rozdělení pravděpodobnosti pro tvorbu vícerozměrných histogramů. Užitečné by bylo rovněž stanovit vztah předložené metody k lineární transformaci provedené např. pomocí Choleského rozkladu korelační matice, nebo k ortogonální transformaci využívající vlastní vektory a vlastní čísla korelační matice.

ZÁVĚREČNÁ POZNÁMKA

Uvedené postupy výpočtu metodou POPV se statisticky závislými vstupními proměnnými byly postupně implementovány do výpočtového systému ProbCalc, jehož odlehčenou verzi lze stáhnout na adrese <http://www.fast.vsb.cz/popv>, stejně jako odlehčené verze programů HistAn2D a HistAn3D pro tvorbu a analýzu dvojných a trojných histogramů, vyjadřujících statistickou závislost dvou a tří náhodně proměnných veličin.

PODĚKOVÁNÍ

Článek vznikl v rámci projektu, který byl realizován za finanční podpory z prostředků koncepčního rozvoje vědy, výzkumu a inovací pro rok 2012 přidělených VŠB-TU Ostrava Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy České republiky.

LITERATURA

- [1] ČAJKA, R., STARÁ, M., MATEČKOVÁ, P. a M. JANULÍKOVÁ. Experimentální zkouška zděného rohu: článek č. 5. *Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava: řada stavební*. 2011, roč. 11, č. 2, s. 29-34 (6 s). ISSN 1213-1962.
- [2] JANAS, P., KREJSA, M. a V. KREJSA. *Software ProbCalc [EXE] - Programový systém pro pravděpodobnostní posuzování spolehlivosti metodou POPV*. Autorizovaný software, Lite verze 1.1, 12,4 MB. Ev.č. 003/27-01-2009_SW. VŠB-TU Ostrava, 2008.
- [3] JANAS, P., KREJSA, M. a V. KREJSA. Assessment Using Direct Determined Probabilistic Calculation: paper 72. In: *Proceedings of the Twelfth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing: CC 2009*, Funchal, Madeira, Portugal. Edited by B.H.V. Topping, L.F. Costa Neves and R.C. Barros. Kippen, Stirlingshire, Scotland: Civil-Comp Press, 2009, abstract (1 page), full paper (20 pages). ISBN 978-1-905088-31-7. Elsevier B.V., 2012. ISBN 978-190508830-0.
- [4] JANAS, P., KREJSA, M. a V. KREJSA. Using the Direct Determined Fully Probabilistic Method (DDFPM) for determination of failure. In: *Proceedings of European Safety and Reliability Conference (ESREL 2009): Reliability, Risk and Safety: Theory and Applications, Vols 1-3, Prague, Czech Republic, 2009*. Edited by Briš, Guedes Soares & Martorell. London: Taylor & Francis Group, 2010, p. 1467-1474 (8 pages). (set of 3 volumes + CD-ROM). ISBN 978-0-415-55509-8. ISI:000281188500203.
- [5] JANAS, Petr, Martin KREJSA and Vlastimil KREJSA. Software Package ProbCalc from the Point of View of a User: paper #10. *Transactions of the VŠB - Technical University of Ostrava: Construction Series* [online]. Warsaw, Poland: Versita, 2010, Volume 10, Issue 1, p. 1-11 (11 pages). ISSN 1804-4824 (Online); ISSN 1213-1962 (Print). DOI: 10.2478/v10160-010-0010-7.

- [6] JANAS, P., KREJSA, M. a V. KREJSA. *Software HistAn2D [EXE] - Program pro tvorbu a analýzu dvojných histogramů, vyjadřujících statistickou závislost dvou náhodně proměnných veličin*. Autorizovaný software, Lite verze 1.1, 3,75 MB. Ev.č. 013/03-10-2012_SW. VŠB-TU Ostrava, 2012.
- [7] JANAS, P., KREJSA, M. a V. KREJSA. *Software HistAn3D [EXE] - Program pro tvorbu a analýzu trojných histogramů, vyjadřujících statistickou závislost tří náhodně proměnných veličin*. Autorizovaný software, Lite verze 1.1, 3,75 MB. Ev.č. 014/03-10-2012_SW. VŠB-TU Ostrava, 2012.
- [8] JANAS, P., ŠŇUPÁREK, R., KREJSA, M. a V. KREJSA. Designing of Anchoring Reinforcement in Underground Workings Using DOProC Method: paper #20. *Transactions of the VŠB - Technical University of Ostrava: Construction Series* [online]. Warsaw, Poland: Versita, 2010, Volume 10, Issue 2, p. 1-13 (13 pages). ISSN 1804-4824 (Online); ISSN 1213-1962 (Print). DOI: 10.2478/v10160-010-0020-5.
- [9] KALA, Z. Sensitivity assessment of steel members under compression. *Engineering Structures*, Vol. 31, Issue 6, 2009, pp. 1344-1348 (5 p), ISSN 0141-0296, DOI: 10.1016/j.engstruct.2008.04.001.
- [10] KRALIK, J. a T. VARGA. Probability and sensitivity analysis of fire resistance of a steel frame. In *Proceedings of International Conference on Computing, Communications and Control Technologies*, Vol. 5, 2004, pp. 65-68 (4 p). ISBN 980-6560-17-5, WOS: 000227983500013.
- [11] MARDIA, K. V., Statistics of Directional Data. *Journal of the Royal Statistical Society Series B-Methodological*, Vol. 37, Issue 3, 1975, pp. 349-393 (45 p). ISSN 0035-9246.
- [12] MELCHER, J., KALA, Z., HOLICKÝ, M., FAJKUS, M. a L. ROZLÍVKA. Design characteristics of structural steels based on statistical analysis of metallurgical products. *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 60, Issue 3-5, 2004, pp. 795-808 (14 p). ISSN 0143974X, DOI: 10.1016/S0143-974X(03)00144-5.
- [13] NELSEN, R. B., Correlation, regression lines, and moments of inertia. *American Statistician*, Vol. 52, Issue 4, 1998, pp. 343-345 (3 p), ISSN 0003-1305, DOI: 10.2307/2685438, WOS: 000076853500010.
- [14] OWEN, A. B., Controlling correlations in Latin hypercube samples. *Journal of the American Statistical Association Theory and Methods*, Vol. 89, Issue 428, 1994, pp. 1517-1522 (6 p)
- [15] RANDÝSKOVÁ, L. a P. JANAS. Pravděpodobnostní výpočty metodou PDPV se závislými náhodnými veličinami. In: *Sborník příspěvků 6. mezinárodní konference Nové trendy v statice a dynamice stavebních konstrukcí*. Bratislava: Stavebná fakulta STU v Bratislave, 2007, (11 s). ISBN 978-80-227-2732-7.
- [16] ROZLÍVKA, L. a M. FAJKUS. Reálné pevnostní hodnoty konstrukčních ocelí a rozměrové úchytky válcovaných materiálů pro pravděpodobnostní posuzování spolehlivosti ocelových nosných prvků a konstrukcí metodou SBRA. In *Sborník referátů konference „Spolehlivost konstrukcí“*. Dům techniky Ostrava, Ostrava, 2003, ISBN 80-02-01551-7.
- [17] VOŘECHOVSKÝ, M., Correlation control in small sample Monte Carlo type simulations II: Analysis of estimation formulas, random correlation and perfect uncorrelatedness. *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 29, 2012, pp. 105-120 (16 p), ISSN 0266-8920, DOI: 10.1016/j.probenmech.2011.09.004.
- [18] VOŘECHOVSKÝ, M. a D. NOVÁK. Statistical correlation in stratified sampling. *Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering*, Vols 1 & 2, 2003, pp. 119-124 (6 p). ISBN: 90-5966-004-8, WOS: 000189453300017.

Oponentní posudek vypracoval:

Doc. Ing. Miroslav Vořechovský, Ph.D., Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, VUT v Brně.

Prof. Ing. Briš Radim, CSc., Katedra aplikované matematiky, Fakulta elektrotechniky a informatiky, VŠB-TU Ostrava.